

# Méthode - Somme directe

Soit  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel,  $F, G$  deux sous-espaces vectoriels de  $E$

Pour montrer que  $E = F \oplus G$ :

Méthode 1: On utilise la définition

① On montre que  $F \cap G = \{0_E\}$

↪ Pour cela, on prend  $x \in F \cap G$  et on montre que  $x = 0_E$

② On montre que  $E = F + G$

↪ Pour cela, on prend  $u \in E$  un vecteur quelconque et on cherche  $v \in F$  et  $w \in G$  tels que  $u = v + w$

Typiquement, les conditions  $\begin{cases} v \in F \\ w \in G \\ v + w = u \end{cases}$  ont

des conditions que  $v$  et  $w$ , s'ils existent, doivent vérifier. On vérifie ensuite que ces  $v$  et  $w$  vérifient bien les conditions.

Si  $E$  est de dimension finie, on a 2 autres méthodes

Méthode 2: Avec des bases

① On détermine une base  $\mathcal{B}_F$  de  $F$

② On détermine une base  $\mathcal{B}_G$  de  $G$

③ On montre que  $\mathcal{B} = \mathcal{B}_F \cup \mathcal{B}_G$  est une base de  $E$

Méthode 3: Avec les dimensions

① On montre que  $F \cap G = \{0_E\}$

② On montre que  $\dim F + \dim G = \dim E$   
(ce qui donne  $F + G = E$ )